

## Může být voda suchá ?



Aneb jak snadno a rychle státi se logikem začátečníkem.

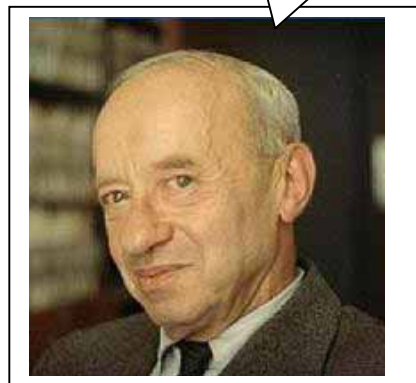
V logice můžeme vztah příčiny a následku symbolicky zapsat také jako příčina  $\rightarrow$  následek. Takovému zápisu říkáme materiální implikace (nebo implikace v užším smyslu), stručně implikace. Například „Jestliže prší, pak je ulice mokrá.“ „Prší“ je v tomto příkladě podmínka postačující ve formálním zápisu  $\text{prší} \rightarrow \text{mokra}$ . Stačí totiž aby pršelo, abychom věděli, že je nebo bude mokro. Také tak lze vyjádřit důvod a následek. To tehdy, když se výrok nevztahuje na přírodovědné souvislosti. Například dluh  $\rightarrow$  závazek. Jestliže závazek splněn  $\rightarrow$  dluh zanikne.

Během vývoje logiky se přišlo na to, že podmíněné výroky (tj. „Jestliže , pak“) lze vyjadřují rozdílné podmínky. Rozdíl se ukáže, když se věty převádí do symbolického jazyka. „Jestliže, pak“ není jednoznačné. Vyčlenit lze tři případy. Jednak to je výše uvedená materiální implikace ( $\text{prší} \rightarrow \text{mokra}$ ), pro kterou se používá příslovce „vždy“ a symbol  $\rightarrow$ . V druhém případě se ustálilo označení replikace (nebo konverzní implikace), používání symbolu  $\leftarrow$  a příslovce „jen“. A konečně v třetím případě slovní spojení „Vždy a jen tehdy“ a symbol  $\leftrightarrow$ . Říkáme tomu ekvivalence.



„Samozřejmě, že definicemi. Ve výrokové logice je takovou definicí pravdivostní tabulka. Pravdivostní tabulky pro všechny tři podmíněné výroky najdeš Honzo v kterékoliv učebnici logiky. Tak jednoduché to je.“

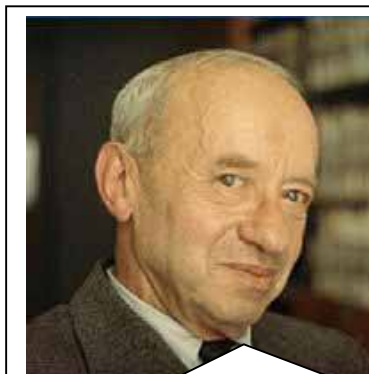
„Dobrá, tak si to vyřešili logici. Ale pane Tarski, ke které z těchto možností mám svou větu přiřadit? A jak ty tři případy rozlišovat?“





„Ale to jsem zase tam, kde jsem byl. Kterou pravdivostní tabulku mám použít? Třeba, když chci správně logicky říct Jestliže je sních, lyžuji?“

„Honza se ptal na něco jiného. Totiž, jak přeložit přirozený jazyk do formalizovaného? Jak zjistí, která přirozená věta vyjadřuje tu kterou podmínku? Logici se tomu nevěnují. Prostě je to nezajímá. A tak sami špatně vyučují a dělají chyby. Vyučovat se musí názorně. Také nevykládám dětem o stabilitě, ale ukáži jim, jak se to dělá.“



Honzo, to je jednoduché. Postupuj podle těchto kroků:

1. krok: Na kus papíru si napíše do vrcholů čtverce čtyři pojmy (sních, není sních, lyžuji, nelyžuji) tak, jak je zobrazeno v tabulce tab. 1.
2. krok: Kdy vůbec mohu lyžovat? Jedině když je sních. „Sních“ a „lyžuji“ spojím úsečkou.
3. krok: Mohu lyžovat když není sních? Sotva. Mezi „není sních“ a „lyžuji“ proto nebude žádná úsečka.
4. krok: Jestliže leží sních, tak mohu lyžovat, ale také nemusím. Spojím „sních“ a „nelyžovat“.
5. krok: A když sních není, tak je zřejmé, že nelyžuji. Není sních a nelyžuji spojím úsečkou.

Závěr: Jedná se o podmíněný výrok, kde „sních“ je podmínkou nutnou.



reálné hodnoty

logické hodnoty, kde „sních“ je podmínka nutná

fyzikální svět

pravdivostní diagram (figura)

pravdivostní tabulka

<b>sních</b>	<b>lyžuji</b>
pravda	pravda
pravda	nepravda
nepravda	pravda
nepravda	nepravda

<b>sních</b>	<b>lyžuji</b>
<b>není sních</b>	<b>nelyžuji</b>

<b>sních</b> ← <b>lyžuji</b>
pravda
pravda
nepravda
pravda

Tab. 1 Větu „Jestliže je sních, lyžujeme.“ správně logicky napíšeme jako „Jen když je sních, lyžujeme.“

Logikové vztah v tab. 1 pojmenovali jako replikace nebo intenzivní nebo také konverzní implikace. Všechny tři termíny vyjadřují totéž. Proto jim možná není někdy rozumět. Běžně se neříká „Vždy, když prší, je mokro.“ To proto, že když prší, tak je mokro bez výjimek. To máme navždy uloženo v mozkových závitech - někde vzadu v hlavě. Nemusíme to proto explicitně říkat. Ale pro mechanické vyhodnocení logických výroků to je zapotřebí.



Tabulce nerozumím ... Co znamená „pravda“ pod „sníh“ ? A jak jste přišel na to, že sníh je nutná podmínka?

Instruktor: Honzo, to znamená, že na zemi je sníh a že můžeme lyžovat. A když je to pravda, tak uprostřed tabulky (pravdivostní diagram) nakresím úsečku mezi sniž a lyžují. A to také znamená, že do pravdivostní tabulky úplně vpravo napíše také pravda. Děti, jak to je s druhým řádkem? A s čárkou?

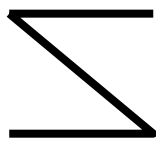
No já si myslím, že když je v druhém řádku pod „sníh“ pravda a pod „lyžují“ nepravda, tak to znamená „Je sníh a nelyžují.“ Třeba když tady v lyžařské škole v noci spím, tak nelyžují. Takže to je pravda Mezi „sníh“ a „nelyžují“ udělám čárku. A do tabulky úplně vpravo napíšu pravda.



Instruktor: Správně. A kterou hodnotu zapíše do třetího a čtvrtého řádku pravdivostní tabulky?

Pepíček: Ve třetím řádku je pod „sníh“ nepravda a pod „lyžují“ pravda. Znamená to „Není sníh a lyžují.“ To je hloupost, protože lyže se vymyslely právě na sníh. Do obrázku mezi „není sníh“ a „lyžují“ proto neudělám žádnou čárku a do tabulky vpravo napíši nepravda.

Mařenka: Když není sníh, tak nelyžují. To je přece logo.“ A na tu nutnou podmínku přišli stejně jako že sníh se jmenuje sníh.



Oslíku rozumíš tomu? Správně logicky musíš říkat „Jen když je sníh, lyžují.“ A víš k čemu je to všechno dobré?



Pane Davidsoně, co to je když se řekne, že je něco pravdivé?

Pravdivé je něco tehdy, když platí „Sníh je bílý právě tehdy, když je sníh bílý.“

Ale pro lyžování na trávě ten obrázek neplatí, že?

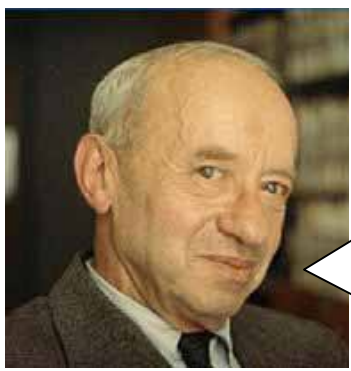
Dnes se na trávě lyžuje, takže by to byla pravda, ale to je úplně v jiných souvislostech, v jiném kontextu. Neuvažovali bychom o „sněhu“ a „žádném sněhu“. To bychom tam dali spíše „tráva“ a „žádná tráva“.

„Můžeme diagram také číst opačně zprava doleva?“

Můžeme. Na logických vztazích by se tím nic nezměnilo. Četli bychom to jako „Lyžuji jen když je sníh.“ Sníh by byl stále podmínkou nutnou.




A teď se vrátíme k větě „Jestliže prší, je mokro.“ Je „prší“ jedinou příčinou mokré dlažby (podmínka postačující) nebo je dlažba mokrá z více příčin (podmínka nutná) nebo jsou „prší“ a „mokro“ vzájemně podmíněné (ekvivalentní)? Opět si napíšeme do vrcholů čtverce (viz tab. 2 ) prší, neprší, mokro, není mokro. Podle známého postupu doplníme úsečky a doplníme pravdivostní tabulku. Možná, že udiví spojení mezi „neprší“ a „mokro“. Jenže už Aristoteles argumentoval tak, že ulice může být mokrá, protože ji někdo pokropil. Namísto PRAVDA napíšeme jedničku a namísto NEPRAVDA nulu.



fyzikální svět

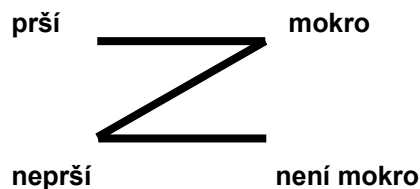
logické hodnoty, kde „prší“ je podmínka postačující

reálné hodnoty

pravdivostní diagram (figura)

pravdivostní tabulka

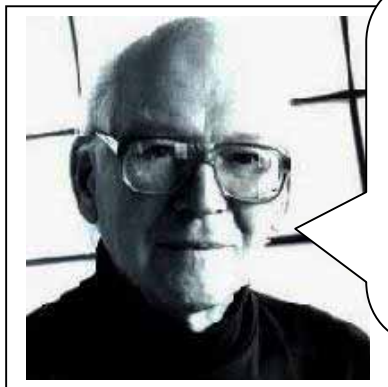
prší	mokro
1	1
1	0
0	1
0	0



prší → mokro
1
0
1
1

Tab. 2 Věta „Jestliže prší, je mokro.“ je jednoznačná tehdy, když ji napíšeme jako „Vždy, když prší, je mokro.“

Tím jsme si také ověřili, že nikoliv mokro, nýbrž pršení je vždy podmínkou postačující. Vlastně bychom větě „Jestliže prší, je mokro.“ neměli rozumět, neměla by být jednoznačná. Rozumíme ji ale proto, že někde vzadu v mozkových závitech je navždy schována informace, že po zapršení je vždy bez výjimky mokro. Jenomže to nikdo explicitně nevyslovuje.



Pomocí pravdivostního diagramu můžeme některé přirozené věty nejen překládat do formalizovaného jazyka, ale také vysledovat, zda věta je logicky správně utvořena (napsána).



**Cvičení** Instruktor s námi opakuje:  
1. Je výrok „Vždy, když lyžuji, je sníh.“ kde „lyžuji“ je podmínka postačující, správný? A co v létě, když se nelyžuje?  
2. Je úsudek „Jestliže je ulice mokrá, pak pršelo.“ správný? (A co když ulicí projelo kropící auto?)

**V článku účinkovali:**

Avantgardní autorský film Déšť od Joris Ivens a Mannus Franken, 1929.

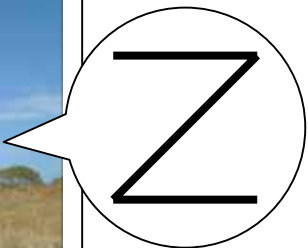
Hloupý Honza z [www.divadlo.cz](http://www.divadlo.cz)

Alfred Tarski (1901-1983)

Donald Davidson (1917-2003)

Instruktoři z lyžařské školy v Železné Rudě a jejich žáci

a osel



zatím beze jména



**Pokračování  
příště**