Pravda je na dně moře ...

... postěžoval si kdysi filosof Démokritos. V předchozích článcích o logice jsme se seznámili s novou grafickou metodou na zobrazení výrokové logiky. Také jsme si ukázali její použití při odkrývání logických chyb. Ted se podíváme na některé známé počátky logiky ve Starověku a budeme pokračovat ve výčtu logických chyb v české literatuře o logice. Některé učebnice objevenou pravdu znovu utopily v moři ... tentokrát ale v moři nepochopené látky a v moři nesouvislých „poznatků".

Některé známé počátky vývoje logiky

Diodoros Chronos (narozen přibližně 350 př.n.l. v Iasosu; zemřel počátkem 3. století př.n.l.) je považován za spoluzakladetele dvouhodnotové výrokové logiky. Slavný se stal formulací Rozhodujícího argumentu. Původní Diodorův úsudek není znám. Pouze v Epiktetově podání jsou známa jednotlivá tvrzení (viz D1-D3) a stanoviska každého filosofa, který se k argumentu vyjadřoval. Rekonstrukcí argumentu se zabývala řada vědců. Jedním z posledních pokusů je práce Caroline Fosterové z dubna 2008. Při rekonstrukci Rozhodujícího argumentu pracovala moderními logickými prostředky (viz str. 21 http://www.illc.uva.nl/Publications/ResearchReports/MoL-2008-01.text.pdf).

Zde jsou jednotlivá premisy (předpoklady):

D1 – Všechno v minulosti pravdivé je nutné. (Everything true as an event in the past is necessary.)

D2 – Nemožné nenásleduje možné. (An impossible does not follow a possible.)

Závěr:

D3 – Co je teď nepravdivé a vždy nepravdivé bude, je přesto možné. (What is not true now and never will be, is nevertheless possible.)

Definice možnosti v D1 a v D3 jsou kontradiktorní (vysvětlení pojmu „kontradiktorní" viz níže v doplňující infiormace). Použitím D2 jako principu redukce do nemožnosti (reductio ad absurdum) docházíme k závěru, že buďto D1 nebo D3 je chybné. Popřením D1 popíráme princip nutnosti minulého, popřením D3 vytváří Diodoros definici možnosti.

V jednodušší formulaci: D1- Vše co je možné se stane. D2- Není možné, že vše, co se dosud nestalo, se nikdy nestalo a nestane. Závěr D3- Je možné, že co se nikdy nestalo se nikdy nestane. Pokud je v tomto podání nějaká chyba, nechť čtenáři prominou. Diodorovy úvahy a řecké megarské filosofické školy měly pokračovatele v Tomáši Akvinském a Williamu Ockhamovi. Oba usilovali jak o popření fatalismu, který z Rozhodujícího argumentu plynul, tak také o formální řešení rozporu dobra a zla, který v současnosti chápeme jako otázku jak vybrat nejlepší z možných světů.

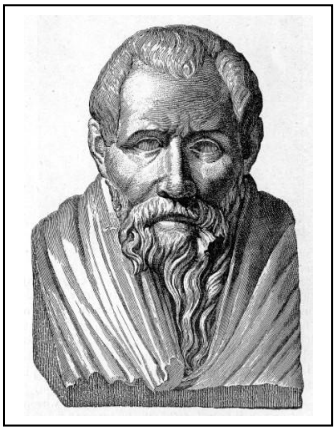
Philon z Megary (žil na rozhraní 4. a 3 století př.n.l.) byl pravděpodobně žák Diodora Chronosa.

Zanechal text, který mu zajišťuje prvenství ve formulaci pravdivostní tabulky: „Philon například tvrdí, že kondicionál je tehdy pravdivý, když nezačíná Pravdivým a Nepravdivým končí, takže podle jeho náhledu je kondicionál pravdivý třemi způsoby a jedním nepravdivý. Totiž když Pravdivým začíná a Pravdivým končí, je pravdivý ... A když začíná Nepravdivým a Nepravdivým končí, je také pravdivý. Stejně pravdivý je, když Nepravdivým začíná a Pravdivým končí. Pouze tehdy je nepravdivý, když Pravdivým začíná a Nepravdivým končí.

Upraveno přehledně do tabulky nám Philon zanechal tento poznatek:

materiální implikace	**Nepravdivým končí**	**Pravdivým končí**
Nepravdivým začíná	kondicionál je pravdivý	kondicionál je pravdivý
Pravdivým začíná	kondicionál je nepravdivý	kondicionál je pravdivý

Podle de.wikipedia.org/wiki/Philon_von_Megara



Chrýsippos ze Soloi (narozen 281 př.n.l.; zemřel-208 př.n.l.) vytvořil dvouhodnotovou axiomatickou výrokovou logiku. Nikoliv ale kalkul v novodobém slova smyslu. Definoval konjukci „a“ (viz sloupec 3 v tabulce níže), negaci „ne“ (sloupce 11 nebo 13), kondicionál „když“ (sloupec 5) a alternativu „buď ... anebo“ (viz sloupec 10). Pro srovnání s novodobou logikou uvádíme kompletní tabulku logických hodnot. V tabulce hodnot jsou nejprve reálné hodnoty i (inskripce) a z (zápočet). Jestliže např. někdo inskribuje, popíšeme tuto skutečnost symbolem „1“ (znamená pravdivý). Neinskribování zapíšeme jako „0“ (inskripce je nepravdivá). Reálné hodnoty mohou být v různých logických vztazích, proto jsou v prvních dvou sloupcích zobrazeny všechny kombinace. V posledním řádku tabulky jsou logické hodnoty zobrazeny graficky tak, jak byly použity v předchozích článcích a navíc jsou přidány i pro všechny ostatní.

reálné hodnoty		logické hodnoty															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
I	**z**	**V**	**i∨ z**	**i←z**	**i**	**i →z**	**z**	**i ↔z**	**i ∧ z**	**i | z**	**i←|→z**	**¬z**	**i |→ z**	**¬i**	**i ←| z**	**i↓z**	**F**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

Pravdivostní hodnoty operátoru „V“ jsou vždy pravdivé („V“ znamená Verum), Operátoru „F“ (Falsum) vždy nepravdivé.

V knize Životy, názory a výroky proslulých filosofů od Díogenés Laertios se o skonu Chrýsippa dočteme: „Když vyučoval v ódeiu (Perikleovo Ódeion byla budova na jv. svahu athénské Akropole, určená pro hudební závody.), byl, jak vypravuje Hermippos, pozván od svých žáků k oběti.Tu po požití sladkého nesmíšeného vína dostal závrať a pátého dne skonal, doživ se 73 let ... Někteří však praví,

že skonal, byv zachvácen smíchem. Když mu totiž sežral osel fíky, řekl své staré služebné, aby dala oslu nasrkat se k tomu čistého vína, a tak prudce se tomu smál, až skonal (str. 325).“

Kvůli křesťanům se logika 1500 nerozvíjela

Ačkoliv měla řecká logika dobře našlápnuto, jak jsme si na třech příkladech ukázali, ustrnula po Aristotelovi a 1500 let bylo ticho po pěšině. Bylo to hlavně v důsledku křesťanství, které se v Aristotelově logice zhlédlo jako v ideálu a nic jiného neumožňovalo.

Doplňující informace

Kontradikce Dva výroky (předpoklady) jsou kontradiktorické, je-li pravdivý pouze jeden z nich, nikoli ale oba. Tuto okolnost vyjadřujeme formálně: $p \leftarrow\!|\!\rightarrow q$ =df (0110). Hovorově a také formálně říkáme „buďto – nebo“. Dva pojmy (věty) jsou tedy kontradiktorické, jestliže společnou množinu beze zbytku rozdělují. Takové pojmy se navzajem nejen vylučují, ale nepřipouští žádnou třetí možnost (tertium non datur). Například kontradiktorické jsou páry pojmů strom - nestrom, imatrikulovaný – neimatrikulovaný, apod. Označíme-li cosi současně za strom a nestrom, je taková výpověď kontradiktorická. Kontradiktorický výrok (nebo i systém) je bezcenný, poněvadž z něho můžeme odvodit libovolné výroky a vzniká tak chaos. V právních úkonech jde pak vlastně o zneužití zákonů. Spojka „nýbrž“ označuje skutečné protiklady, které se navzájem vylučují. Do formální logiky ji přeložíme negací konjunkce, tj. „a ne“. Podobný kontradiktorický význam má i spojka „pouze“.

Kontrérní Protikladně kontrérní jsou dva výroky, které se navzájem vylučují, ponechávají ale ještě prostor pro další pojmy stejné kategorie. Formálně se jedná o negaci konjunkce: $\neg (z \wedge i)$. Označuje se také jako exkluze, kterou jsme výše definovali jako $p \mid q$ =df (0111). Jsou to například pojmy malý – velký, mladý – starý, studený – teplý, apod. Na těchto škálách si můžeme představit libovolné množství mezihodnot. Dub nemůže být nikdy borovicí, ale kromě dubů a borovic rostou v lese břízy, lípy, smrky, atd. Tyto pojmy jsou navzájem kontrérní.

Nevylučující se protiklady

Věta „Byla nemocná a přesto šla na jednání.“ vyjadřuje podle našeho jazykového cítění protiklad. Z hlediska logiky se ale o protiklady nejedná. Někdo skutečně může být nemocný a jít do práce. Totéž platí pro „sice ... ale“, „přesto“, „ačkoli“, atd. Někdy dokonce jednáme i proti jazykovému citu a používáme „ale“ chybně. Např. „Je malá, ale tlustá.“ Nevylučující se protiklady nejsou tedy jak kontradiktorické, tak kontrérní. Překládáme-li takové věty do formální logiky, používáme namísto negace logický operátor „a“.

Kontrérní (alias exkluze) a kontradiktorické protiklady mají to společné, že protikladné pojmy se navzájem vylučují.

Technici a matematičtí logici

používají pro ekvivalenci obratu „tehdy a jen tehdy“. Bohužel tím nevyjádří souvislost ekvivalence s podmínkou nutnou a podmínkou postačující. To dokonce vede k tomu, že nejsou schopni obě podmínky v přirozeném jazyce rozlišovat a snad je ani správně nechápou. Jako například v publikaci Kemeny, Snell a Thompson Úvod do finitní matematiky (SNTL, Praha, 1971) na str. 56 v tabulce XXVII. V tabulce se uvádí základní výroky a k nim ekvivalentní formy. Vadné formulace jsem opatřil poznámkami.

Pro vzájemné dorozumění uvádím, že v češtině vyjadřuje „když“ spojku a částici. Jako spojka podřadící může být časová (ve chvíli když se něco děje: když jsem šel po chodníku potkal jsem), podmiňovací (když by pršelo, zůstanu doma), příčinna (když se to uvolní, tak to spadne), přípustková (musíš to udělat, i když se ti nechce).

základní výrok	ekvivalentní formy podle Kemeny Snell Thompson	správné ekvivalentní formy
Jestliže p, pak q	p jen tehdy, když q (Poznámka: Formulace je chybná, poněvadž výrok p je postačující podmínkou jak v následující formulaci uvádějí KST a nikoliv výrok q.) p je postačující podmínkou pro q	q vždy tehdy, když p
Jestliže q, pak p (Poznámka: Správně by se mělo říkat „Jestliže p, pak q.“ Tím by ale obě podmínky nebyly rozlišitelné. Nerozliši-telnost nelze ale řešit zavedením nesmyslu jako v předchozím řádku tabulky – viz poznámka.)	q jen tehdy, když p p je nutnou podmínkou pro q	q jen tehdy, když p
p tehdy a jen tehdy, když q (Poznámka: Formulace je opět závadná, poněvadž podmínkou je výrok p a nikoliv q, jak KST ve vedlejším sloupečku uvádějí.)	p je nutnou a postačující podmínkou pro q	q vždy a jen tehdy, když p

V jednoduché tabulce jsou tři logické chyby. Mimo to je v tabulce navíc čtvrtá chyba. Překladatel zde pro obě podmínky použil příslovce „jen“. Možná tomu tak bylo i v anglickém originále. Čtenář je tak od počátku maten a další výklad špatně chápe nebo vůbec ne. Z didaktického (poučujícího) hlediska je proto pregnantnější (obsahem bohatší) a důležité využít možností přirozeného jazyka a podmínku postačující a podmínku nutnou rozlišovat také příslovci „vždy“ a „jen“.

Je pravda, že „Implikace je podmínkou postačující.“?

Do dějin české logiky se nesmazatelně zapsala dvojice autorů Bokra a Svateka kapitolkou příznačně nazvanou „Vztah mezi spojkami výrokové logiky a spojkami národního jazyka“ uveřejněné v jeich knize Základy logiky a argumentace. Budiž ale poznamenáno, že hodnotím pouze tuto kapitolu. Jinak

musela uvedená publikace dát několik let práce. O vztahu mezi logickými spojkami a spojkami národního jazyka se toho čtenář v uvedené kapitolce sice moc nedozví, zato se mu zamotá hlava. Odstrašujícím příkladem této kapitolky je poslední věta, kterou jsme dali do nadpisu odstavce.
V čem spočívá omyl autorů? Implikace není podmínkou postačující. V implikaci $p \rightarrow q$ je touto postačující podmínkou logická proměnná p. Podmínkou postačující je vždy nějaký jednoduchý výrok, který je v implikaci symbolizován logickou proměnnou. Také by bylo vhodné v českém prostředí zavést rozlišení běžné v anglickém, jak na to upozornil překladatel Úvodu do finitní matematiky: „Výrok, který má formu $p \rightarrow q$ bychom měli označovat podmíněným výrokem. V případě, že podmíněný výrok $p \rightarrow q$ je pravdivý, existuje mezi výroky p a q vztah implikace, jehož slovní forma zní „p implikuje q“. Ve vědecké literatuře vytvořený rozdíl mezi materiální a logickou implikací nás zde ani tolik nezajímá. Materiální implikace ($p \Rightarrow q$) je určená tak, že je nepravdivá, je-li „p“ pravdivé a „q“ nepravdivé. Logická (analytická, striktní) implikace je určena tak, že pokud „p“ logicky implikuje „q“ a „p“ je pravdivé, je nemožné, aby „q“ bylo nepravdivé. Nebo jednodušeji: není možné, aby „p“ platilo zároveň s negací „q“.
Aby si čtenář učinil konkrétní představu jaké další nesmysly autoři napsali, ocitujme příslušný odstavec a pasáž si společně vysvětlíme.
„*Protože $p \equiv q = (p \rightarrow q)(q \rightarrow p)$ a logickou spojku „a“ čtenář ve výše uvedených formulacích tvrzení jistě zpozoroval, je nasnadě hledat příšlušné formální vyjádření složkových výroků „p tehdy, když q“ a „p jen tehdy, když q“ nebo „p je postačující podmínka pro q“ „p je nutná podmínka pro q“. Ostatně, důkaz pravdivosti matematických tvrzení – ekvivalence se vede tak, že se nejprve ukazuje pravdivost mutné a posléze postačující podmínky. Poněvadž výrok „p tehdy, když q“ znamená „když q, tehdy p“, je jeho zápisem $q \rightarrow p$. V tvrzení „p jen tehdy, když q“ brání příslovce „jen“, jak velí jazykový cit, čtení „když q, jen tehdy p“, a záznamem pak je $p \rightarrow q$. Jelikož se v logické spojce „jen tehdy, když“ vyskytuje „jen“, jedná se zřejmě o nutnou podmínku ($p \rightarrow q$) pravdivosti ekvivalence $p \equiv q$, implikace $q \rightarrow p$ je pak evidentně podmínkou postačující*.“ Mohu čtenáře ujistit, že tento odstavec je nejen guláš, kterému nelze porozumět, ale je naprosto chybný. A pokud jeho autoři měli zbytky nějakého jazykového citu, měli celou pasáž přepsat.
Tak tedy ještě jednou a ve stylu, v jakém by to autoři měli napsat:
Ekvivalenci formálně píšeme ve tvaru $p \equiv q$ a čteme jako „q vždy a jen tehdy, když p“. Definována je jako konjunkce implikace ($p \rightarrow q$) a konverzní implikace ($q \rightarrow p$). Formálně zapsáno $p \equiv q = (p \rightarrow q)(q \rightarrow p)$. Symbol pro konjunkci vynechán. Které slovní formulace odpovídají implikaci ($p \rightarrow q$) a které konverzní implikaci ($q \rightarrow p$)? Správné formulace jsou uvedeny v následující tabulce:

Pro ($p \rightarrow q$) to je		*Pro ($q \rightarrow p$) to je*
„p je postačující podmínka pro q“		*„q je nutná podmínka pro p“*
„q vždy tehdy, když p“ *nebo upravená forma* *„vždy tehdy q, když p“*		*„q jen tehdy, když p“* *nebo upravená forma* *„jen tehdy q, když p“*

Není mi známo, jak vznikl obrat „tehdy a jen tehdy“ nebo „p jen tehdy, když q“, ale jazykový cit mi říká něco jiného než Bokrovi a Svatekovi. Ve svém odvozování Bokr a Svatek napsali: „*Poněvadž výrok „p tehdy, když q“ znamená „když q, tehdy p“, je jeho zápisem* $q \rightarrow p$.“ A moje námitka: A cokdyby „p tehdy, když q“ znamenalo „p tehdy, když q“? Bylo by jeho zápisem $p \rightarrow q$? Stejně tak nesmyslně odvozovali „*V tvrzení „p jen tehdy, když q“ brání příslovce „jen“, jak velí jazykový cit, čtení „když q, jen tehdy p“, a záznamem pak je* $p \rightarrow q$.“ Bokr a Svatek došli k naprosto chybnému výsledku proto, že ve svém odvození rozdělovali to, co mělo zůstat spojeno. Slova „jen tehdy, když“ patří k sobě a nelze je rozdělovat. Stejně tak „tehdy, když“. Rozdělovat je nelze proto, protože jsou poukazem na příslušnou podmínku. Když už obraceli pořadí podmínek, tak měli správně například napsat „jen tehdy, když q; p“. Což je ale dost nemotorné.

Tito autoři stvořili v uvedené kapitole „Vztah mezi spojkami výrokové logiky a spojkami národního jazyka“ několik dalších perliček. O některých jsme již psali při výkladu podmínky nutné výše a některé použijeme v příštích cvičeních. Všechny souvisí s překlady logických spojek z běžného hovorového jazyka do formalizovaného a naopak. Jinou perličkou je věta „*V logice rozlišujeme materiální implikaci, striktní implikaci a implikaci běžně se vyskytující v hovorové řeči*.“ O hovorové implikaci se lze na další stránce dočíst, že je to vlastně ekvivalence. Ve výčtu implikací se ale autoři hluboce mýlí. Někteří velikáni české logiky – a zejména ten největší z nějvětších - rozlišuje ještě implikace metakomunikační, populární a striktně vegetariánskou. S postupem času mě ale humor opustil a změnil se v šibeniční. To je typ „humoru“ odvozený od smíchu odsouzenců vedených na popravu. Při četbě některých českých děl o logice jsem skutečně cítil smyčku kolem krku. Na str. 42 mají Bokr a Svatek chybu ve větě „Vzájemné záměny argumentů by tedy byly nemožné.“ Správně má být „Vzájemné záměny argumentů by tedy byly možné.“ Nalezl jsem chyby i jiných stranách, ale omezme jejich výčet pouze na kapitolu o národních jazycích a logice.

Nepochopení významu spojek národního jazyka ukázali Bokr a Svatek například u příslovce „vždy“. Bokr se Svatekem si ulehčili překládání z národního jazyka do formalizované logiky tak, že kdykoliv se objevil příslovce „vždy“, přeložili větu jako ekvivalenci namísto jako implikaci. Tak ovšem postupovat pochopitelně nelze. Studovat logiku z některých učebnic musí být pro studenty utrpení.

Podle Slovníku spisovného jazyka českého je význam „vždy“ tento: 1. v každém čase, za každých okolností (zachovávat vždy ve všem pořádek; mluvil vždy jen pravdu; měl vždy odpor ke zlým lidem; vždy vesele bývalo v Kyjově) 2. trvale, stále, bez přestání (chodit do zaměstnání vždy stejnou cestou; kůň kráčel vždy stejně pevným krokem; konečně bylo vždy tišeji a tišeji; všichni známí byli již pomřeli, on ale byl vždy stejně zdráv) 3. v každém případě, pokaždé (pak mi jako vždy vypravoval, co viděl a poznal; člověk je vždycky moudrý až potom; slavnost přilíkala vždy množství poutníků) 4. vyjadřuje zesílené odporování ději dříve řečenému, přece, nicméně (byla naděje, že jej vždy jednou udobřím). Správnou interpretaci příslovce „vždy“ lze nalézt na http://www.osel.cz/index.php?clanek=3865. První článek o grafické podobě podmínky postačující a podmínky nutné lze nalézt na http://www.osel.cz/index.php?clanek=3852